**Questões de prova**

1) Considere as construções a seguir:

I. 10% de 100.

II. Matemática discreta é a parte da Matemática que se dedica ao estudo das funções exponenciais.

III. Matemática discreta e Álgebra Linear.

Em Lógica Matemática é considerado proposição as construções:

(A) I, apenas.

(B) II, apenas.

(C) I e III, apenas.

(D) II e III, apenas.

(E) I, II e III.

Solução: Proposição é toda sentença declarativa que pode ser atribuída o valor lógico verdadeiro ou falso. Além de que é constituída de sujeito e predicado. Assim, apenas o item II é proposição.

2) Seja P a proposição expressa como P: “Fico motivado quando você executa sua tarefa com excelência.” Na tabela-verdade associada à proposição P, a quantidade de linhas que atribuem valor lógico verdadeiro a essa proposição é igual a

A) 0.

B) 1.

C) 2.

D 3.

E) 4.

Solução: note que a proposição faz uso do operador lógico condicional em que o antecedente é a proposição “quando você executa sua tarefa com excelência” e o consequente é a proposição “fico motivado”. Segue da definição da condicional que há três linhas com valor lógico verdadeiro em sua tabela verdade.

3) Seja P a proposição definida por P: “Fico motivado quando você executa sua tarefa com excelência.” Assinale a opção que apresenta uma proposição logicamente equivalente à proposição P.

A) Se fico motivado, você executa a sua tarefa com motivação.

B) Se você executa sua tarefa com platitude, não fico motivado.

C) Como fico motivado, você executa sua tarefa com excelência.

D) Não execute sua tarefa com excelência, ou fico motivado.

E) Você executa sua tarefa com excelência, ou fico motivado.

Solução: note que a proposição faz uso do operador lógico condicional em que o antecedente é a proposição R: “quando você executa sua tarefa com excelência” e o consequente é a proposição S: “fico motivado”, isto é, R 🡪S. A forma equivalente da condicional é ~R ou S. Logo, a proposição equivalente é “Não execute sua tarefa com excelência, ou fico motivado”.

4) Considere a proposição P: “Se f é uma função real invertível, então f é bijetora” e analise as afirmações que seguem.

I. O conectivo lógico empregado na construção de P é a bicondicional.

II. Uma proposição logicamente equivalente a P é “f é uma função real não invertível ou f é bijetora”.

III. A negação da proposição P é “se f é uma função real não invertível, então f é não bijetora”.

É correto o que se afirma em

Dica: não é necessário conhecimento em Cálculo Diferencial para resolver os itens.

(A) I, apenas.

(B) II, apenas.

(C) I e III, apenas.

(D) II e III, apenas.

(E) I, II e III.

Solução: note que na construção de P foi empregado o conectivo condicional. A proposição logicamente equivalente a P é “f é uma função real não invertível ou f é bijetora”. A negação de P é escrita como “f é uma função real invertível e f não é bijetora”.

5) Considere que as seguintes proposições sejam verdadeiras.

• “Se Ana Maria pagou o IPVA ou o IPTU, então ela comprou o apartamento e vendeu a casa”.

• “Ana Maria não comprou o apartamento”.

Nessa situação, é correto inferir que

A) “Ana Maria pagou somente um dos dois impostos, mas não é possível determinar qual deles”.

B) “Ana Maria pagou os dois impostos, mas ele não vendeu a casa”.

C) “Ana Maria não pagou o IPVA, mas pagou o IPTU”.

D) “Ana Maria não pagou o IPTU, mas pagou o IPVA”.

E) “Ana Maria não pagou o IPVA nem o IPTU”.

Solução: Considere as proposições P: “Ana Maria pagou o IPVA ou o IPTU”, Q: “Ana Maria comprou o apartamento e vendeu a casa” e R: “Ana Maria não comprou o apartamento”. Observe que a partir da proposição R, infere-se que a proposição Q é F.

6)

Sejam P, Q e R proposições simples, tal que . Com base nessa situação hipotéticas, julgue os itens que seguem.

I. A tabela verdade da proposição S tem oito linhas.

II. A tabela verdade de S é uma contradição.

III. A proposição S é equivalente a .

É correto o que se afirma em

(A) I, apenas.

(B) II, apenas.

(C) I e III, apenas.

(D) II e III, apenas.

(E) I, II e III.

Solução: S é composta por 3 proposições simples, logo sua tabela verdade tem 8 linhas. Note que S: . A tabela verdade de S é uma contingência. De fato,

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P | Q | R | ~ | P | 🡪 | Q | 🡪 | R |
| V | V | V | **F** | V | V | V | V | V |
| V | V | F | **V** | V | F | V | F | F |
| V | F | V | **F** | V | V | F | V | V |
| V | F | F | **F** | V | V | F | V | F |
| F | V | V | **F** | F | V | V | V | V |
| F | V | F | **F** | F | V | V | F | F |
| F | F | V | **F** | F | V | F | V | V |
| F | F | V | **F** | F | V | F | V | F |

7)

Sejam P, Q, R, S e T proposições simples, tal que a proposição composta A:

Com base nessa situação hipotéticas, julgue os itens que seguem.

I. A tabela verdade da proposição composta A tem 32 linhas.

II. Se as proposições simples P, Q, R, S e T têm todas valores lógicos verdadeiro, então a proposição composta A tem valor lógico verdadeiro.

III. Se as proposições simples P, Q, R, S e T têm todas valores lógicos falso, então a proposição composta A tem valor lógico verdadeiro.

É correto o que se afirma em

(A) I, apenas.

(B) II, apenas.

(C) I e III, apenas.

(D) II e III, apenas.

(E) I, II e III.

Solução: a proposição composta A é formada por 5 proposições simples, logo sua tabela verdade tem 32 linhas. Note que se as proposições simples P, Q, R, S e T têm todas valores lógicos verdadeiro temos que e têm valor lógico verdadeiro e tem valor lógico verdadeiro. Assim, tem valor lógico falso. Por outro lado, as proposições simples P, Q, R, S e T têm todas valores lógicos falso temos que e têm valor lógico falso e tem valor lógico verdadeiro. Assim, tem valor lógico verdadeiro.

8) Considere a argumentação que segue:

H1: “Se Aldo não estudou, então ele fracassou na prova de Lógica.”

H2: “Se Aldo jogou futebol, então ele não estudou.”

H3: “Aldo não fracassou na prova de Lógica.”

T: “Aldo não jogou futebol.”

Com base nessas informações, avalie as asserções a seguir e a relação proposta entre elas.

1. A argumentação precedente é válida.

**PORQUE**

1. A tabela verdade dessa argumentação é tautológica.

A respeito dessas asserções, assinale a opção correta.

A) As asserções I e II são proposições verdadeiras, e a II é uma justificativa correta da I.

B) As asserções I e II são proposições verdadeiras, mas a II não é uma justificativa correta da I.

C) A asserção I é uma proposição verdadeira, e a II é uma proposição falsa.

D) A asserção I é uma proposição falsa, e a II é uma proposição verdadeira.

E) As asserções I e II são proposições falsas.

Solução: Sejam as proposições P: Aldo estudou; Q: Ado fracassou na prova de lógica; R: Aldo jogou futebol. Assim,

H1: ~P 🡪 Q

H2: R 🡪 ~P

H3: ~Q

Com as hipóteses H1 e H3 e aplicando modus Tollens segue que ~~P = P. Com a hipótese 2 e P, aplicando modus Tollens segue que a conclusão é ~R, ou seja, “Aldo não jogou futebol” e, portanto, a argumentação é válida. Como o argumento é válido, temos que a tabela verdade dessa argumentação é tautológica.

9) Considere o seguinte argumento, no qual a conclusão foi omitida:

Premissa 1:

Premissa 2:

Premissa 3:

Conclusão: XXXXXXXXXX

Uma conclusão que torna o argumento acima válido é

(A)

(B)

(C)

(D)

(E)

Solução: de fato

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Justificativa |
| 1 |  | H1 |
| 2 |  | H2 |
| 3 |  | H3 |
| 4 |  | 1, lei de De Morgan |
| 5 |  | 4, 3 Modus Tollens |
| 6 |  | 2, simplificação |
| 7 |  | 2, simplificação |
| 8 |  | 6, definição de condicional |
| 9 |  | 6, definição de condicional |
| 10 |  | 8, 5 Modus Ponens |
| 11 |  | 9, 10 Modus Ponens |
| 12 |  | 10, 11 conjunção |
| 13 |  | 12, lei de De Morgan |

10) Considere o conjunto A = { {1,2}, 3, 4} e analise as afirmações que seguem.

I. 1 pertence a A.

II. O número de subconjuntos de A é igual a 8.

III. A está contido no conjunto dos números naturais.

É correto o que se afirma em

A) I, apenas.

B) II, apenas.

C) I e III, apenas.

D) II e III, apenas.

E) I, II e III.

Solução: os elementos de A são {1,2}, 3 e 4. Logo, 1 não pertence a A e A não está contido no conjunto dos naturais. O número de subconjuntos de A é igual a 8.

11) Sejam A e B dois conjuntos quaisquer e sobre eles analise as afirmações que seguem.

I. .

II. e

III. .

É correto o que se afirma em

A) I, apenas.

B) II, apenas.

C) I e III, apenas.

D) II e III, apenas.

E) I, II e III.

Solução: as três afirmações são corretas e propriedades de quaisquer conjuntos. Temos que o conjunto A está contido na união de A com B; As operações de união e intersecção de conjuntos são operações comutativas. O conjunto vazio está contido no conjunto A.

12) Em um voo proveniente de Miami, a Anvisa constatou que entre todas as pessoas a bordo (passageiros e tripulantes) algumas haviam passado pela cidade do México. No diagrama, U representa o conjunto das pessoas que estavam nesse voo; P o conjunto dos passageiros; M o conjunto das pessoas que haviam passado pela cidade do México e A o conjunto das pessoas com sintomas da gripe influenza A.

Diagrama, Diagrama de Venn

Descrição gerada automaticamente

Considerando verdadeiro esse diagrama, conclui-se que a região sombreada representa o conjunto das pessoas que, de modo inequívoco, são aquelas caracterizadas como:

(a) passageiros com sintomas da gripe que não passaram pela cidade do México.

(b) passageiros com sintomas da gripe que passaram pela cidade do México.

(c) tripulantes com sintomas da gripe que passaram pela cidade do México.

(d) tripulantes com sintomas da gripe que não passaram pela cidade do México.

(e) tripulantes sem sintomas da gripe que passaram pela cidade do México.

Solução: No diagrama, a região sombreada está fora do conjunto P, logo, não representa passageiros, e sim tripulantes. Como essas pessoas estão dentro do conjunto A e do conjunto M (dentro do conjunto interseção entre A e M), então, a região sombreada representa tripulantes com sintomas da gripe que passaram pela cidade do México.

13) A rede de satélites destinados para função GPS é de aproximadamente 30 satélites que circulam a Terra em seis diferentes órbitas pré-estabelecidas e distribuídas de uma maneira que, a qualquer momento e em qualquer ponto da terra, estão visíveis aos satélites. A área circular de cobertura de cada satélite cobre um conjunto de cidades. Em matemática, trabalhamos as operações de intersecção, de união, de diferença de conjuntos entre outras.

Analise a imagem a seguir, considerando que os círculos são conjuntos e as cidades indicadas são elementos.

Diagrama

Descrição gerada automaticamente

Em relação à imagem, é correto afirmar que

(a) A intersecção das coberturas dos satélites 2, 3 e 4 compreende as cidades de Picos, Juazeiro do Norte e Petrolina.

(b) A diferença entre os conjuntos das coberturas dos satélites 1 e 4 compreende as cidades de Petrolina, Aracaju e Juazeiro do Norte.

(c) A união das coberturas dos satélites 3 e 4 compreende as cidades de Picos, Juazeiro do Norte, Petrolina, Aracaju e Salvador.

(d) A diferença entre os conjuntos das coberturas dos satélites 2 e 3 compreende as cidades de Caxias, Teresina, Picos e Juazeiro do Norte.

(e) A união das coberturas dos satélites 1, 2 e 3 compreende as cidades de Caxias, Picos, João Pessoa, Juazeiro do Norte, Natal, Petrolina, Recife, Teresina e Mossoró.

Solução: a intersecção das coberturas dos satélites 2, 3 e 4 compreende as cidades de Picos, Juazeiro do Norte e Petrolina é falsa, pois só engloba Juazeiro do Norte. A diferença entre os conjuntos das coberturas dos satélites 1 e 4 compreende as cidades de Petrolina, Aracaju e Juazeiro do Norte é falsa, pois engloba Mossoró, Natal, João Pessoa e Recife. A união das coberturas dos satélites 3 e 4 compreende as cidades de Picos, Juazeiro do Norte, Petrolina, Aracaju e Salvador é falsa, pois engloba Picos, Juazeiro do Norte, Petrolina, Aracaju.  Já Salvador não está na união da cobertura desses dois satélites. A diferença entre os conjuntos das coberturas dos satélites 2 e 3 compreende as cidades de Caxias, Teresina, Picos e Juazeiro do Norte é falsa, pois engloba apenas Caxias e Teresina.

14) Considere o conjunto A = {1, 2, 3}, a relação R de A em A definida por R = {(1,1), (1,3), (3,1)} e analise as afirmações que seguem:

I. R é reflexiva.

II. R é simétrica.

III. R não é transitiva.

É correto o que se afirma em

A) I, apenas.

B) II, apenas.

C) I e III, apenas.

D) II e III, apenas.

E) I, II e III.

Solução: R não é reflexiva, pois 2 não está relacionado com 2 e o 3 não está relacionado com 3. R é simétrica, pois para x e y tomados em A temos que se para todo x não relacionado com y, então y está relacionado com x é uma proposição lógica verdadeira. R não é transitiva e tome como contra-exemplo x = 3, y = 1 e z = 3 e observe que (3 R 1) e (1 R 3) tem valor lógico verdadeiro e (3 R 3) tem valor lógico falso. Assim, a condicional se (3 R 1) e (1 R 3), então (3 R 3) tem valor lógico falso.

15) Considere o conjunto A = {a, b, c}, a relação R de A em A tal que R é definida pelo grafo da figura abaixo e assinale a alternativa que apresenta **valor lógico falso**.

Uma imagem contendo Diagrama

Descrição gerada automaticamente

A) R é reflexiva e R é transitiva.

B) R é antissimétrica ou R é reflexiva.

C) Se R é transitiva, então R é antissimétrica.

D) R é simétrica ou R é antissimétrica e R é transitiva.

E) R não é transitiva se, e somente se, R não é simétrica.

Solução: note a partir do grafo que a relação R é reflexiva, simétrica, transitiva e antissimétrica. Dessa forma, as proposições: (i) “R é reflexiva e R é transitiva” tem valor lógico V; (ii) “R é antissimétrica ou R não é reflexiva” tem valor lógico V; (iii) “Se R é transitiva, então R é antissimétrica” tem valor lógico V. (iv) “R é simétrica ou R é antissimétrica e R é transitiva” tem valor lógico V; (v) “R não é transitiva se, e somente se, R não é simétrica” tem valor lógico F.

16) Seja o conjunto dos números complexos e sejam x = a + bi e y = c + di dois números complexos. Considere a relação R sobre o conjunto dos números complexos definida por:

Considerando as informações apresentadas, avalie as asserções a seguir e a relação proposta entre elas.

1. R é uma relação de ordem parcial sobre o conjunto dos números complexos

PORQUE

1. R é reflexiva, antissimétrica e transitiva.

A respeito dessas asserções, assinale a opção correta.

(A) As asserções I e II são proposições verdadeiras, e a II é uma justificativa correta da I.

(B) As asserções I e II são proposições verdadeiras, mas a II não é uma justificativa correta da I.

(C) A asserção I é uma proposição verdadeira, e a II é uma proposição falsa.

(D) A asserção I é uma proposição falsa, e a II é uma proposição verdadeira.

(E) As asserções I e II são proposições falsas.

Solução: note que a relação dada é reflexiva, antissimétrica e transitiva. Sabe-se que toda relação com essas características são denominadas de relações de ordem parcial. Assim, R é uma relação de ordem parcial sobre o conjunto dos números complexos.

17) Seja f uma função que tem como domínio o conjunto A = {Ana, José, Maria, Paulo, Pedro} e como contradomínio o conjunto B = {1, 2, 3, 4, 5}. A função f associa a cada elemento x em A o número de letras distintas desse elemento x. Com base nessas informações, assinale a alternativa correta.

A) f é injetora.

B) f é sobrejetora.

C) f não é função.

D) f(Maria) = 5.

E) f(Paulo) = f(Pedro)

Solução: f não é injetora, tome como contra exemplo f(José) e f(Maria), f não é sobrejetora, tome como contra exemplo o elemento 1 de B, ele não tem correspondente em A; f é uma função, pois cada elemento de A tem único representante em B; f(Maria) = 4 e f(Paulo) = f(Pedro) = 5.

18) Seja f uma função que tem como domínio o conjunto A = {Ana, Anni, Caio, Jorge} e como contradomínio o conjunto B = {2, 3, 4, 5}. A função f associa a cada elemento x em A o número de letras distintas desse elemento x. Com base nessas informações, assinale a alternativa que tem **valor lógico FALSO**.

a) f é injetora e f é sobrejetora.

b) Se f é injetora, então f(Anni) = 3.

c) f é sobrejetora se, e somente se, f(Jorge) = 4.

d) f(Ana) = 2 ou f(Anni) = 3.

e) Se f(Caio) = 4 ou f(Jorge) = 5, então f não é injetora e nem sobrejetora.

Solução

19) Seja f uma função que tem como domínio e contradomínio o conjunto dos números reais, tal que f(x) = 4x+2. Sobre essa função assinale a alternativa correta.

a) A inversa de f é f -1(x) = 1/(4x+2).

b) f o f (x) = 10 x +16.

c) f é injetora e não é sobrejetora.

d) f é sobrejetora e não é injetora.

e) f -1 o f (x) = x

20) A figura a seguir representa uma função.

Desenho preto e branco

Descrição gerada automaticamente com confiança baixa

Sobre ela, avalie as afirmações a seguir.

I. O domínio, o contradomínio e a imagem da função são, respectivamente, os conjuntos A = {4, 5, 6, 7, 8}, B = {8, 9, 10, 11} e C = {8, 9, 10}.

II. A função é injetora.

III. A imagem de 6 é igual a imagem de 7.

IV. A função é sobrejetora.

É correto apenas o que se afirma em

A) I e III.

B) I e IV.

C) II e III.

D) I, II e IV.

E) II, III e IV.

**Atividade discursiva**

Considere o argumento abaixo:

*“Se eu não especifico as condições iniciais, meu programa não roda. Se eu cometo ‘loop infinito’, meu programa não termina. Se o programa não roda ou se ele não termina, então o programa falha. Portanto, se o programa não falha, então eu especifiquei as condições iniciais e não cometi ‘loop’ infinito.”*

Com base nessas informações, resolva os itens que seguem:

A) Escreva o argumento acima na linguagem do cálculo proposicional.

B) Prove sua validade usando o método dedutivo.

Solução: A) sejam as proposições P: “*eu especifico as condições iniciais*”; Q: “*meu programa roda*”; R: “*eu cometo ‘loop infinito’*”; S: “*meu programa termina*”; U: “*o programa falha*”. Temos que o argumento, em notação simbólica, fica escrito como:

|  |  |
| --- | --- |
| H1 |  |
| H2 |  |
| H3 |  |
| T |  |

B) Usando demosntração direta condicional escrevemos o argumento acima como

|  |  |
| --- | --- |
| H1 |  |
| H2 |  |
| H3 |  |
| H4 |  |
| T |  |

Usaremos, agora, a demonstração direta.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ordem** | **Proposição** | **Regra utilizada** |
| 1 |  | H1 |
| 2 |  | H1 |
| 3 |  | H2 |
| 4 |  | H3 |
| 5 |  | 3, 4 Modus Tollens |
| 6 |  | 5, Lei de De Morgan |
| 7 |  | 6, Simplificação |
| 8 |  | 6, Simplificação |
| 9 |  | 1,7 Modus Tollens |
| 10 |  | 9, Dupla negação |
| 11 |  | 2,8 Modus Tollens |
| 12 |  | 10, 11 conjunção |

MAPA

Nas diversas área do saber, sempre há interesse em saber como certas grandezas se relacionam entre si. Podemos estar interessados em saber, por exemplo, como a quantidade de acessos a um site na Internet se relaciona com o tempo, ou o tipo de correspondência entre quantidades como: tempo de estudo destinado a um tipo de linguagem de programação e o aprendizado dessa linguagem. De fato, relações ocorrem em todos os ramos do conhecimento humano. Sabe-se que algumas relações são denominadas de funções e o conceito de função é uma das ideias centrais de todos os ramos ligados à Matemática.

Considere que f: → seja uma função do tipo , com , tal que f(2) = 0 e f(-3) = 5. Com base nessas informações, resolva os itens que seguem:

a) escreva a equação que define f.

b) faça um esboço do gráfico de f.

c) prove que para todo x , f(4x) é divisível por 2.

d) prove que f é injetora e sobrejetora.

e) determine (f o f)(x).

f) determine a inversa de f.